

Exercice 1

Examen 2018/2019

Groupe EF

$$U = 2x^2y$$

(1)

$$TMS = - \frac{U_{mx}}{U_{my}} = - \frac{(2x^2y)'_x}{(2x^2y)'_y}$$

$$TMS = - \frac{2 \times 2x \times y}{2x^2}$$

$$TMS = - \frac{2y}{x}$$

Le TMS est le taux avec lequel, le consommateur peut substituer 2 unités de bien y pour une unité suppl. de x.
le TMS est décroissant.

(2)

on sait que à l'équilibre,

$$TMS = - \frac{U_{mx}}{U_{my}} = - \frac{P_x}{P_y}$$

$$\Rightarrow - \frac{2y}{x} = - \frac{P_x}{P_y}$$

$$y = \frac{P_x}{2P_y} x$$

$$\text{on sait que : } P_x X + P_y y = R$$

$$P_x X + P_y \times \frac{P_x}{2P_y} x = R$$

$$P_x X + \frac{P_x}{2} x = R$$

$$\frac{3}{2} P_X X = R$$

$$X = \frac{2R}{3P_X}$$

$$Y = \frac{P_X}{2P_Y} \times \frac{2R}{3P_X}$$

$$Y = \frac{R}{3P_Y}$$

Si $R = 450$ / $P_X = 10$ / $P_Y = 20$

$$X^u = \frac{2 \times 450}{3 \times 10} = 30$$

$$Y^u = \frac{450}{3 \times 20} = 7.5$$

③ $R = 300$, $P_X = 10$, $P_Y = 20$

$$X^u = \frac{2 \times 300}{3 \times 10} = 20$$

$$Y^u = \frac{300}{3 \times 20} = 5$$

④ La courbe consommation revient à la courbe qui représente la relation entre x et y à un Revenu Variable (quel qu'il soit)

on a: $y = \frac{P_x}{2P_y} \cdot X$

$y = \frac{10}{2 \times 20} \cdot X$

$y = \frac{1}{4} X$

$y = \frac{1}{4} X$

X	10	20
Y	$\frac{1}{4} \times 10 = 2.5$	$20/4 = 5$

on est appartement
on CRR.

⑤ Si P_x passe à 5

on a: $P_x = 5$ / $P_y = 20$ / $R = 450$

alors: $\Rightarrow X = \frac{2R}{3P_x} = \frac{2 \times 450}{3 \times 5} = 20$

$y = \frac{R}{3P_y} = \frac{450}{3 \times 20}$

$y = 2.5$

l'état initial: ~~10~~ $X_0 = 10$ et $y_0 = 2.5$

l'état final: $X_e = 20$ et $y_e = 2.5$

on calcule les quantités optimales à l'état intermédiaire, avec le nouveau prix et le même niveau d'utilité.

$$\text{on a : } Y = \frac{P_X}{2P_Y} X$$

$$Y = \frac{5}{2 \times 20} X$$

$$Y = \frac{1}{8} X$$

$$Y = \frac{1}{8} X$$

avec le même niveau d'utilité
dans l'état initial (avant le changement du prix).

$$L = 2 X^2 Y$$

$$\Rightarrow 2(X)^2 \times \left(\frac{1}{8} X\right) = \frac{2 \times 10^2 \times 2,5}{8}$$

$$\text{donc } 25X^3 = 500$$

$$X^3 = 2000$$

$$(X^3)^{\frac{1}{3}} = (2000)^{\frac{1}{3}}$$

$$X = 12,59$$

$$y = \frac{1}{8} \times 12,59$$

$$y = 1,57$$

	X	y
l'état initial	10	2,5
l'état intermédiaire	12,59	1,57
l'état final	20	5

$$\Delta S_x = 12,59 - 10 = 2,59$$

$$\Delta R_x = 20 - 12,59 = 7,41$$

$$\Delta S_y = 1,57 - 2,5 = -0,93$$

$$\Delta R_y = 5 - 1,57 = 3,43$$

Exercice 2

$$Q(K, L) = \frac{A L^\alpha K^B}{1}$$

$$\begin{aligned} 1. Q(K, L) &= A (L)^\alpha (K)^B \\ &= A L^\alpha K^B \\ &= L^{\alpha+B} \times A \times L^\alpha K^B \end{aligned}$$

$$Q(K, L) = L^{\alpha+B} Q(K, L)$$

- Si $\alpha + B = 1 \Rightarrow$ Rendement constant
- Si $\alpha + B > 1 \Rightarrow$ le Rendement est croissant
- Si $\alpha + B < 1 \Rightarrow$ le Rendement est décroissant

2. cas de rendement constant ($\alpha + B = 1$)

$$\begin{aligned} P_M L &= (A L^\alpha K^B)^{\frac{1}{\alpha+B}} = A K^B L^{\frac{\alpha}{\alpha+B}} = A K^B L^{\alpha} \\ P_M K &= (A L^\alpha K^B)^{\frac{1}{\alpha+B}} = A L^\alpha K^{\frac{B}{\alpha+B}} = A L^\alpha K^{B-1} \end{aligned}$$

$$C = \frac{P_M}{P_M K} = \frac{A K^B L^{\alpha-1}}{A L^\alpha K^{B-1}} = \frac{\alpha}{B} \cdot \frac{K}{L} = \left[\frac{B-1}{B} \cdot \frac{K}{L} \right]$$

③ dans ce cas $L' = 3L$ et $K' = 3K$

$$\Rightarrow Q' = A (3L)^\alpha (3K)^B$$

$$Q' = A \cdot 3^\alpha L^\alpha \cdot 3^B K^B$$

$$Q' = 3^{\alpha+B} \times Q(K, L)$$

$$\text{Si } \alpha + \beta = 2$$

$$\Rightarrow Q' = 3^2 \times Q$$

$$Q' = 9Q$$

la quantité produite va être triplée

$$(4) \quad e_{Q/L} = \frac{P_M L}{P_M L} = \frac{\alpha A K^\beta \times L^{\alpha-1}}{\frac{A K^\beta \times L^\alpha}{L}}$$

$$e_{Q/L} = \alpha A K^\beta \times L^{\alpha-1} \times L \times A^{-1} \times K^{-\beta} \times L^{-\alpha}$$

$$e_{Q/L} = \alpha \times L^{\alpha-1+1-\alpha}$$

$$e_{Q/L} = \alpha$$

$$\alpha = 0,7$$

on a : $\alpha + \beta = 2$ (homogène de degré 2)

$$\beta = 2 - \alpha = 2 - 0,7$$

$$\beta = 1,3$$

~~11~~

AZIZ économiste Tangerais