# Microéconomie $S_1$ $\begin{pmatrix} GB \\ GD \end{pmatrix}$

## Corrigé des exercices :

**Ex 1 :** $U(x_1, x_2) = \frac{1}{4} x_1^2 x_2$ ; $P_1 = 10$ ; $P_2 = 2$ et $R = 20$

1/ voir cours.

2/ Traçons CI pour $U = 1$ (2ème démarche pour CI lorsque $U = 2$)

Mq : $U = \frac{1}{4} x_1^2 x_2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{4} x_1^2 x_2 \Rightarrow 4 = x_1^2 x_2 \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{4}{x_1^2}}$

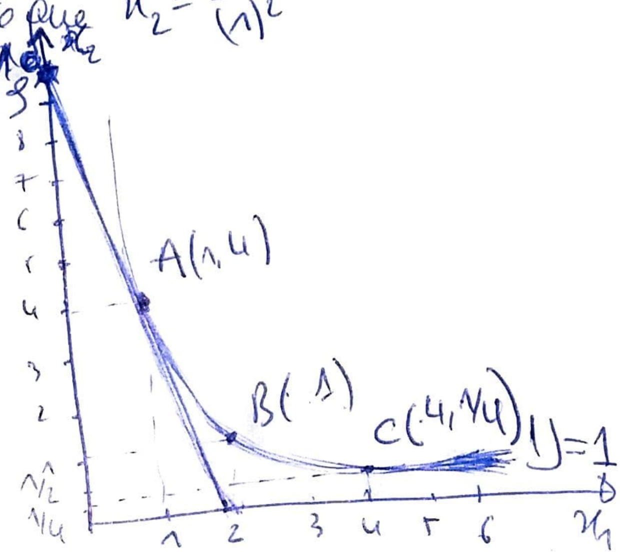
Donc pour tracer cette CI

si $x_1 = 1 \longrightarrow x_2 = 4$ ; $A(1,4)$ parce que $x_2 = \frac{4}{(1)^2} = 4$.

$x_1 = 2 \longrightarrow x_2 = 1$ ; $B(2,1)$

$x_1 = 4 \longrightarrow x_2 = \frac{1}{4}$ : $C(4, \frac{1}{4})$

$x_1 = 6 \longrightarrow x_2 = \frac{1}{9}$ : $D(6, \frac{1}{9})$




3/ L'équation de la droite de budget :

$R = P_1 x_1 + P_2 x_2 \Rightarrow$

$20 = 10 x_1 + 2x_2 \Rightarrow 2x_2 = 20 - 10x_1$

$\Rightarrow x_2 = 10 - 5x_1 \Rightarrow \boxed{x_2 = -5x_1 + 10}$

pour tracer la droite de budget :

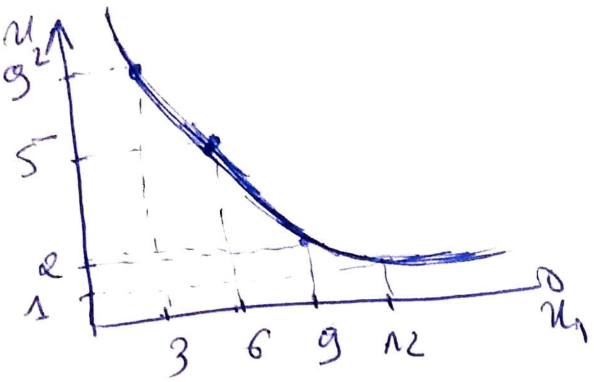
si $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = -5(0) + 10 = 10$

si $x_2 = 0 \Rightarrow 0 = -5x_1 + 10 \Rightarrow x_1 = 2$

On remarque que la droite de budget est tangente à la CI pour $U = 1$ au point $A(1,4)$.

## Ex2 : voir énoncé

1/ traçons la CI associée au niveau d'utilité $U = 2$




2/ Calculons le TMS entre $x_1 = 9$ et $x_1 = 12$, le long de cette CI.

on sait que $TMS_{1/2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{1-2}{12-9} = -1/3$

Le consommateur est prêt à céder une unité du bien 2 en échange de 3 unités supplémentaires du bien 1 pour garder le même niveau de satisfaction.

## Ex3. Soit $U = x_1 x_2 = 1000$

1/ voir cours.

2/ Calculer $TMS_{1/2}$ pour $x_1 = 15$, $x_1 = 50$, $x_1 = 100$

on sait que $TMS = -\frac{U'_1}{U'_2} = -\frac{x_2}{x_1}$

• pour $x_1 = 15$ :
et on a : $x_1 = 15$ ~~et~~ $1000 = x_1 x_2 \Rightarrow x_2 = \frac{1000}{15} = 66{,}6$

dc $TMS = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{66{,}6}{15} = -4{,}44$.

• pour $x_1 = 25$ : $\Rightarrow x_2 = \frac{1000}{x_1} = \frac{1000}{25} = 40$

et $TMS = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{40}{25} = -1{,}6$

• pour $x_1 = 50$ : $\Rightarrow x_2 = \frac{1000}{x_1} = \frac{1000}{50} = 20$

et donc $TMS = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{20}{50} = -0{,}4$

• pour $x_1 = 100 \Rightarrow x_2 = \frac{1000}{x_1} = \frac{1000}{100} = 10$

et donc $TMS = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{10}{100} = -1)$

$|-4,44| > |-1,6| > |-0,4| > |-0,1)$

En valeur absolue, le taux marginal de substitution est décroissant.

Ex4 : $R = 1440$, $P_1 = 9$ dh, $P_2 = 16$ dh

1°/ traçons les C.I pour $U_1$, $U_2$, $U_3$ et $U_4$.

2°/ a/ Ensemble budgétaire (voir Cours)

$R = P_1 x_1 + P_2 x_2 \Rightarrow 1440 = 9x_1 + 16x_2$.

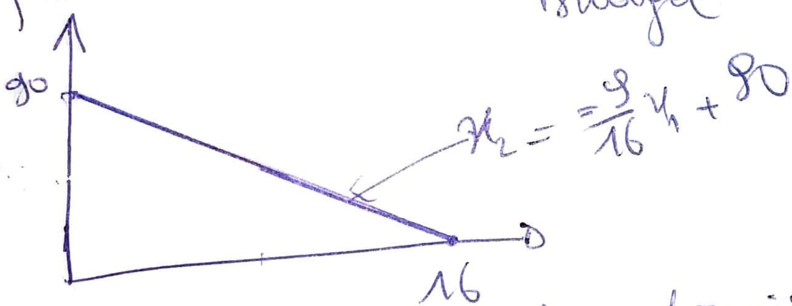
$\Rightarrow x_2 = \frac{1440}{16} - \frac{9}{16}x_1 \Rightarrow \boxed{x_2 = 90 - \frac{9}{16}x_1}$

est l'équation de la droite de budget

* Représenter cette droite graphiquement

si $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 90$

si $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 160$




déterminons la combinaison optimale des biens bien 1 et bien 2.

b) $U = x_1 x_2$

Max $U(x_1, x_2)$

S/C $R = P_1 x_1 + P_2 x_2$

utilisons la méthode de Lagrange

$L(x_1, x_2, \lambda) = U(x_1, x_2) + \lambda(R - P_1 x_1 - P_2 x_2)$

donc : $U = x_1 x_2$

avec $1440 = 9x_1 + 16x_2$

$L(x_1, x_2, \lambda) = x_1 x_2 + \lambda(1440 - 9x_1 - 16x_2)$

* La condition du 1er ordre, il faut annuler la dérivée de $L(x_1, x_2, \lambda)$ par rapport à ses variables :

$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow x_2 - 9\lambda = 0 \Rightarrow x_2 = 9\lambda$ (1)

$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow x_1 - 16\lambda = 0 \Rightarrow x_1 = 16\lambda$ (2)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 1440 - 9x_1 - 16x_2 = 0 \Rightarrow 1440 = 9x_1 + 16x_2$ (3)

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{9\lambda}{16\lambda} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{9}{16} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{9}{16}x_1}$

Remplaçons dans (3) :

$1440 = 9x_1 + 16x_2 = 9x_1 + 16 \cdot \frac{9}{16}x_1 = 9x_1 + 9x_1 = 18x_1$

$\Rightarrow x_1 = \frac{1440}{18} = 80$ donc $\boxed{x_1 = 80}$

et puisque $x_2 = \frac{9}{16}x_1$ donc $x_2 = \frac{9}{16} \cdot 80 = 45$ donc $\boxed{x_2 = 45}$

La combinaison optimale est $A(80, 45)$

donc $U = x_1 x_2 = 80 \cdot 45 = 3600$.

3°) La signification du TMS (voir cours)

$TMS_{1/2} = \frac{-U_1 m}{U_2 m} = -\frac{x_2}{x_1} = -\frac{45}{80} = -0{,}56$ $\boxed{TMS = -0{,}56}$

Cela signifie que le consommateur est prêt à céder 0,56 unités du bien 2 pour acquérir une unité supplémentaire du bien 1, tout en gardant le même niveau de satisfaction.

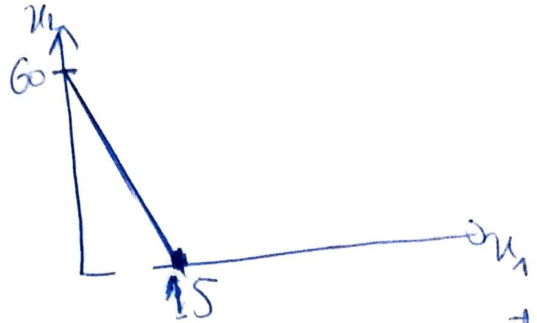
Ex : pour $U = 8x_1x_2$ Ex pour $U = x_1 x_2$ Ex pour $U = x_1^2 + \frac{1}{4}x_2^2 + 8x_1x_2$

Vous utilisez la même méthode que l'exercice ci-dessus (Ex 4)

Ex : $U = 8x_1^2 x_2$ :

1°) La droite de budget : $\boxed{x_2 = -4x_1 + 60}$

Représenter graphiquement cette droite :




Si $x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 60$

Si $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{60}{4} = 15$

2°) $TMS = \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{Um_1}{Um_2}$. Le consommateur affirme que son panier actuel est optimal.

Càd à l'équilibre on a : $-\frac{Um_1}{Um_2} = -\frac{P_1}{P_2}$

$Um_1 = \frac{\partial U}{\partial x_1} = 16x_1x_2$

$Um_2 = \frac{\partial U}{\partial x_2} = 8x_1^2$ $\Rightarrow \frac{Um_1}{Um_2} = \frac{16x_1x_2}{18x_1^2} = \frac{2x_2}{x_1}$

Puisque à l'équilibre on a : $+\frac{Um_1}{Um_2} = +\frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{2x_2}{x_1} = \frac{4}{1}$

$\Rightarrow 2x_2 = 4x_1 \Rightarrow \boxed{x_2 = 2x_1}$

Remplaçons $x_2$ dans l'équation de la droite de budget :

on a : $x_2 = -4x_1 + 60 \Rightarrow 2x_1 = -4x_1 + 60 \Rightarrow 2x_2 + 4x_1 = 60$

$\Rightarrow 6x_1 = 60 \Rightarrow x_1 = \frac{60}{6} = 10 \Rightarrow \boxed{x_1 = 10}$

et puisque $x_2 = 2x_1$ et $x_1 = 10 \Rightarrow x_2 = 2 \times 10 = 20$

$\boxed{x_2 = 20}$

Que peut-on conclure en ce qui concerne la quantité du bien 1 qu'il est prêt à échanger pour obtenir une quantité supplémentaire du bien 2 ? Càd il faut chercher le TMS à l'équilibre.

$$TMS_{1/2} = \frac{-Um_1}{Um_2} = -\frac{16x_1 x_2}{8x_1^2} = -\frac{16 \times 10 \times 20}{8 \times (10)^2} = -\frac{3200}{800} = -4.$$

de $\boxed{TMS_{1/2} = -4}$ $\Rightarrow$ Le Consommateur est prêt à céder 4 unités du bien 2 pour obtenir une unité supplémentaire du bien 1, tout en gardant le même niveau de satisfaction.

3°/ La combinaison optimale de ce consommateur est : $(10, 20)$

$$U = 8x_1^2 x_2 = 8(10)^2 \times 20 = 8 \times 100 \times 20 = 1600$$

donc $\boxed{U(10,20) = 1600}$.

Ex : $U = x_1 x_2$ $R = 10$ $P_1 = 2$ et $P_2 = 1$

1°/ $\boxed{x_1 = 2,5}$ et $\boxed{x_2 = 5}$, sont les quantités qui maximisent la satisfaction du consommateur

Ex 6 : $U = x_1^2 + 1/4\, x_2^2 + 2x_1 x_2$ et $40 = 4x_1 + 2x_2$

1°/ $\boxed{x_1 = 5}$ et $\boxed{x_2 = 10}$ $(5, 10)$ est l'optimum du Consommateur

Ex : $U = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$

1°/ max : $U = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$

$\cdot R = P_1 x_1 + P_2 x_2$

$$L(x_1, x_2, \lambda) = U(x_1, x_2) + \lambda(R - P_1 x_1 - P_2 x_2)$$
$$= x_1^{1/2} x_2^{1/2} + \lambda(R - P_1 x_1 - P_2 x_2)$$

Condition du 1er ordre :

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/2} - \lambda P_1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/2} = \lambda P_1 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} x_1^{1/2} x_2^{-1/2} - \lambda P_2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} x_1^{1/2} x_2^{-1/2} = \lambda P_2 \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow R - P_1 x_1 - P_2 x_2 = 0 \Rightarrow R = P_1 x_1 + P_2 x_2 \qquad (3)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} x_1^{-1/2} x_2^{1/2}}{\frac{1}{2} x_1^{1/2} x_2^{-1/2}} = \frac{\cancel{\lambda} P_1}{\cancel{\lambda} P_2} \Rightarrow \frac{x_2^{1/2} x_2^{1/2}}{x_1^{1/2} \cdot x_1^{1/2}} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{x_2}{x_1} = \frac{P_1}{P_2}$$

$$\Rightarrow x_2 P_2 = x_1 P_1 \Rightarrow \boxed{x_2 = x_1 \frac{P_1}{P_2}}$$

Remplaçons dans (3) :

$$R = P_1 x_1 + P_2 x_2 = P_1 x_1 + P_2 \left(x_1 \frac{P_1}{P_2}\right) = P_1 x_1 + P_1 x_1 = 2 x_1 P_1$$

donc $R = 2 x_1 P_1 \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{R}{2P_1}}$ ⇒ c'est fonction de demande du bien 1.

on sait que $x_2 = x_1 \frac{P_1}{P_2} = \frac{R}{2\cancel{P_1}} \cdot \frac{\cancel{P_1}}{P_2} = \frac{R}{2P_2}$.

$x_2 =$

donc $\boxed{x_2 = \frac{R}{2P_2}}$ ⇒ c'est la fonction de demande du bien 2

Ex : $U = \frac{1}{6} x_1^{3/4} x_2^{1/4}$.

$R = P_1 x_1 + P_2 x_2$.

1) on utilise la même méthode que l'exercice ci-dessus.

donne : $\boxed{x_1 = \frac{3R}{4P_1}}$ ⟶ c'est la fonction de demande du Bien 1

$\boxed{x_2 = \frac{R}{4P_2}}$ ⟶ c'est la fonction de demande du bien 2.

Ex : $U = 2\log x_1 + 4\log x_2$ et $R = P_1x_1 + P_2x_2$

1/ $\begin{cases} \text{Max } U(x_1,x_2) \\ \text{s.c } R = P_1x_1 + P_2x_2 \end{cases} \Rightarrow \mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda) = U(x_1,x_2) + \lambda(R - P_1x_1 - P_2x_2)$

$= 2\log x_1 + 4\log x_2 + \lambda(R - P_1x_1 - P_2x_2)$

Condition du 1er ordre :

$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{x_1} + \lambda P_1 = 0 \Rightarrow \frac{2}{x_1} = \lambda P_1$ (1)

$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow 4 \cdot \frac{1}{x_2} + \lambda P_2 = 0 \Rightarrow \frac{4}{x_2} = \lambda P_2$ (2)

$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow R - P_1x_1 - P_2x_2 = 0 \Rightarrow R = P_1x_1 + P_2x_2$ (3)

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{2/x_1}{4/x_2} = \frac{\lambda P_1}{\lambda P_2} \Rightarrow \frac{2}{x_1} \cdot \frac{x_2}{4} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow \frac{x_2}{2x_1} = \frac{P_1}{P_2} \Rightarrow x_2 = 2x_1 \cdot \frac{P_1}{P_2}$

$\Rightarrow \boxed{x_2 = 2 \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot x_1}$

est l'equation de la Courbe de Consommation_Revenu

2/ $P_1 = 1$ et $P_2 = 2$

Pour determiner l'equation de la Courbe d'Engel pour chacun des deux biens, nous devons calculer $x_1$ et $x_2$.

"la courbe d'Engel est déduite de la courbe de C-R.

on a l'equation de la Courbe de C-R : $\boxed{x_2 = 2 \cdot \frac{P_1}{P_2} \cdot x_1}$

+ $R = P_1x_1 + P_2x_2 \Rightarrow R = P_1x_1 + P_2\left(2\frac{P_1}{P_2}x_1\right) = 3P_1x_1 \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{R}{3P_1}}$

on a : $x_2 = 2\frac{P_1}{P_2}x_1 = 2 \cdot \frac{\cancel{P_1}}{P_2} \cdot \frac{R}{3\cancel{P_1}} = \frac{2R}{3P_2} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{2R}{3P_2}}$

pour $P_1 = 1$ et $P_2 = 2$

on a $x_1 = \frac{R}{3P_1} \Rightarrow \boxed{x_1 = \frac{R}{3}} \Rightarrow$ c'est l'équation de la courbe d'Engel pour le bien 1

et $x_2 = \frac{2R}{3P_2} \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{R}{3}} \Rightarrow$ c'est l'équation de la courbe d'Engel pour le bien 1

3°/ pour $P_1 = 2$ et $P_2 = 4$.

la courbe de C-R : on a $x_2 = \frac{2P_1}{P_2} x_1 = \frac{2 \times 2}{4} x_1 \Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

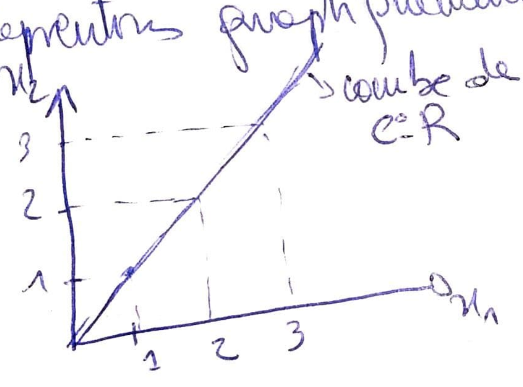
c'est l'équation de la Courbe de C-R

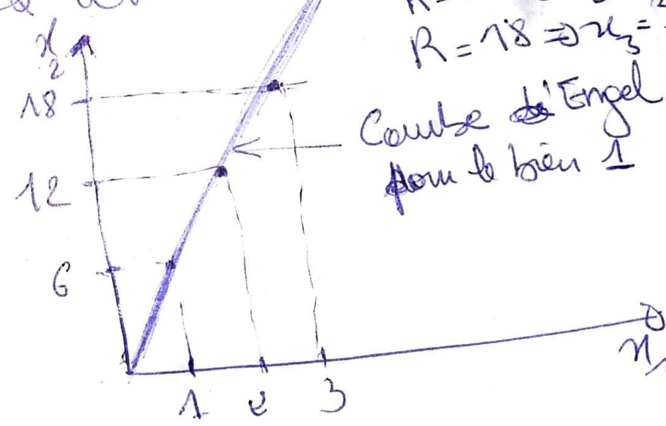
La Courbe d'Engel pour le bien 1 a pour équation :

on a : $x_1 = \frac{R}{3P_1} \Rightarrow$ (puisque $P_1 = 2$) $\boxed{x_1 = \frac{R}{6}}$

Représentons graphiquement ces deux courbes :

si $R = 6 \Rightarrow x_1 = 1$
$R = 12 \Rightarrow x_2 = 2$
$R = 18 \Rightarrow x_3 = 3$




4°) pour $P_1 = 5$ et $P_2 = 3$.

utiliser la même méthode, on aura :

$\boxed{x_2 = \frac{10}{3} x_1} \Rightarrow$ l'équation de la courbe de C-R

$\boxed{x_1 = \frac{R}{15}} \Rightarrow$ l'équation de la courbe d'Engel pour le bien 1.

Ex $x_1 = -2P + 40$

1/ calculer l'$\mathcal{E}_1$ pour $P_1 = 5$ et interpreter

$$\mathcal{E}_i = \frac{\partial X_i}{\partial P_i} \cdot \frac{P_i}{X_i}$$

$$\mathcal{E}_1 = \frac{\partial x_1}{\partial P_1} \cdot \frac{P_1}{x_1} = -2 \cdot \frac{P_1}{-2P_1 + 40} = -2 \cdot \frac{5}{-10+40} = -\frac{10}{30} = -1/3 = -0{,}33$$

Interpretation : Si le prix augmente de 1%, la quantité demandée du bien 1 diminue de 0,33%.

Puisque $-1 < -0{,}33 < 0 \Rightarrow$ la demande est inélastique par rapport aux prix.

Ex : $x_2 = 3R + 10$, pour $R = 100$

$$\eta_i = \frac{\partial x_i}{\partial R} \cdot \frac{R}{X_i}$$

$$\eta_2 = \frac{\partial X_2}{\partial R} \cdot \frac{R}{X_2} = 3 \cdot \frac{100}{3 \cdot 100 + 10} = \frac{300}{310} = 0{,}96$$

Interpretation : Si le Revenu augmente de 1%, la quantité demandée augmente de 0,96%.

$0 < 0{,}96 < 1$ : donc le bien est un bien normal.

Ex : $X_1 = 2P_1^{-1} R^{0,5} P_2^3$ calculer l'$\mathcal{E}_i$, l'$\eta_i$ et l'$E_c$ et interpréter les résultats.

(*) $$\mathcal{E}_1 = \frac{\partial X_1}{\partial P_1} \cdot \frac{P_1}{X_1} = -2P_1^{-2} \cancel{R^{0,5}} \cancel{P_2^3} \cdot \frac{P_1}{2P_1^{-1} \cancel{R^{0,5}} \cancel{P_2^3}} = -\frac{P_1^{-1}}{P_1^{-1}} = -1$$

$\boxed{\mathcal{E}_1 = -1}$ $\Rightarrow$ la demande est d'élasticité unitaire.

(*) $$\eta_1 = \frac{\partial X_1}{\partial R} \cdot \frac{R}{X_1} = 0{,}5 \times 2 P^{-1} R^{-0,5} P_2^3 \cdot \frac{R}{2P^{-1} R^{0,5} P_2} = \frac{R^{0,5}}{2R^{0,5}} = 1/2 = 0{,}5$$

Puisque $0 < 0{,}5 < 1 \Rightarrow$ le bien est un bien normal.

(*) $$E_{c_{1/2}} = \frac{\partial X_1}{\partial P_2} \cdot \frac{P_2}{X_1} = 6P_1^{-1} R^{0,5} P_2^2 \cdot \frac{P_2}{2P_1^{-1} \cdot R^{0,5} \cdot P_2^3} = \frac{3 \cancel{P_2^3}}{\cancel{P_2^3}} = 3$$

Puisque $E_{c_{1/2}} < 0$ c.à.d $-3 < 0 \Rightarrow$ les biens sont complémentaires.