

UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAADI

F.S.J.E.S. TANGER

DEPARTEMENT ECONOMIE ET GESTION

SUPPORT DE COURS STATISTIQUE DESCRIPTIVE

B. CARACTERISTIQUES DE TENDANCE CENTRAL

TRAVAUX DIRIGES

Année académique 2020-2021

Semestre I

Groupes : E & F

Prof. BAKKALI Imad

primadbakkali@gmail.com
imbakkali@gmail.com

APPLICATION

Le tableau ci-dessous découvre une enquête de 25 familles et leurs nombres des enfants...Calculer la moyenne arithmétique.

Nombre des enfants (X_i)	0	1	2	3	4
Nombre de famille (n_i)	5	6	8	4	2

SOLUTION

A partir de tableau ci-dessous on calcul la moyenne arithmétique ;

X_i	n_i	f_i	N_i	F_i
0	5	0,20	5	0,20
1	6	0,24	11	0,44
2	8	0,32	19	0,76
3	4	0,16	23	0,92
4	2	0,08	25	1
	25	1		

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \frac{\sum x_i \cdot n_i}{N} = \frac{(0 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2)}{25} \\ &= \frac{42}{25} = 1,68\end{aligned}$$

Donc, les familles entretenus ont un numéro moyen des enfants de 1,68

APPLICATION

Calculer la moyenne arithmétique, la médiane, et le mode et le 2^{ème} quartile des taux d'imposition spécifiques appliqués aux quelques pays européens de tableau ci-dessous.

Pays	Taux d'imposition
Espagne	0,16
Italie	0,2
Belgique	0,06
Hollande	0,06
Allemagne	0,07
Portugal	0,17
Luxembourg	0,06
Finlande	0,22

SOLUTION

Le tableau suivant nous montre les distributions des fréquences correspondantes.

X_i	n_i	f_i	N_i	F_i
0,06	3	0,375	3	0,375
0,07	1	0,125	4	0,5
0,16	1	0,125	5	0,625
0,17	1	0,125	6	0,750
0,2	1	0,125	7	0,875
0,22	1	0,125	8	1

La moyenne arithmétique

$$\bar{X} = \sum x_i \cdot n_i / N = 1/8 = 0,125$$

La médiane : $M_e = (X_{j-1} + X_j) / 2 = (0,07 + 0,16) / 2 = 0,115$

Le mode : $M_o = 0,06$

Les quartiles :

Le 2^{ème} quartil est égale à la médiane

$$Q_2 = M_e = 0,115$$

APPLICATION

Les données ci-dessous correspondent aux poids en Kg. De quatre-vingts personnes :

60 ; 66 ; 77 ; 70 ; 66 ; 68 ; 57 ; 70 ; 66 ; 52 ; 75 ; 65 ; 69 ; 71 ; 58 ; 66 ; 67 ; 74 ; 61
63 ; 69 ; 80 ; 59 ; 66 ; 70 ; 67 ; 78 ; 75 ; 64 ; 71 ; 81 ; 62 ; 64 ; 69 ; 68 ; 72 ; 83 ; 56
65 ; 74 ; 67 ; 54 ; 65 ; 65 ; 69 ; 61 ; 67 ; 73 ; 57 ; 62 ; 67 ; 68 ; 63 ; 67 ; 71 ; 68 ; 76
61 ; 62 ; 63 ; 76 ; 61 ; 67 ; 67 ; 64 ; 72 ; 64 ; 73 ; 79 ; 58 ; 67 ; 71 ; 68 ; 59 ; 69 ; 70
66 ; 62 ; 63 ; 66 ;

- Obtenir une distribution des données par intervalles d'amplitude 5, le premier intervalle est donc [50 ; 55].
- Calculez le pourcentage de personnes pesant moins de 65 kg.
- Combien de personnes ont un poids supérieur ou égal à 70 kg mais inférieur à 85?

SOLUTION

a) Comme il s'agit de faire une distribution de données groupées, il faut d'abord obtenir l'intervalle correspondant, en plaçant les données à leur place respective:

Les intervalles	n_i	N_i
[50 – 55 [2	2
[55 – 60 [7	9
[60 – 65 [17	26
[65 – 70 [30	56
[70 – 75 [14	70
[75 – 80 [7	77
[80 – 85 [3	80

b) En observant la colonne N des effectifs cumulés croissant, on en déduit qu'il y a $N_3 = 26$ individus dont le poids est inférieur à 65 kg, ce qui en pourcentage correspond à: $26/80 * 100 = 32,5\%$

c) Le nombre d'individus pesant entre 70 et 85 kg est:

$$n_5 + n_6 + n_7 = 14 + 7 + 3 = 24 \text{ équivalent à : } N_7 - N_4 = 80 - 56 = 24$$

APPLICATION

$L_{i-1} - L_i$	n_i
1-3	3
3-7	29
7-8	35
8-10	26
10-13	6
13-20	1

(a) Construisez un tableau montrant les notes de classe, les fréquences relatives et absolues et augmentation des fréquences absolues cumulées (ou "moins de ") et décroissante (ou "plus de ").

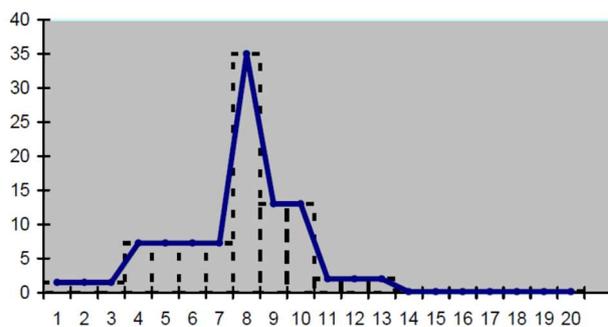
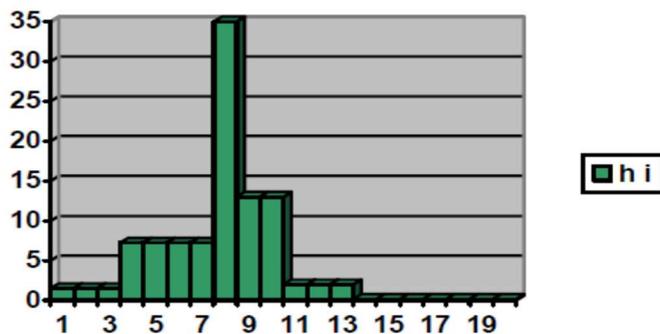
(b) Représenter la distribution par un histogramme et son polygone correspondant fréquences.

SOLUTION

a)

	n_i	X_i	f_i	$N_{i\downarrow}$	$N_{i\uparrow}$	a_i	h_i
$[1 - 3[$	3	2	0,03	3	100	2	1,5
$[3 - 7[$	29	5	0,29	32	97	4	7,25
$[7- 8 [$	35	7,5	0,35	67	68	1	35
$[8- 10[$	26	9	0,26	93	33	2	13
$[10 - 13[$	6	11,5	0,06	99	7	3	2
$[13- 20[$	1	16,5	0,01	100	1	7	0,143

b) Histogramme et Polygone des fréquences



APPLICATION

Dix étudiants d'une promotion de première année de licence d'économie et gestion ont passé l'épreuve de statistiques descriptives, ils ont obtenu les notes suivantes :

Numéro de carte étudiant	Note /20
001	18
003	3
006	12
009	0
0012	12
0018	8
0035	2
0048	5
0078	12
0098	8

1. Préciser :
Le caractère étudié –la population et unités statistiques
Las valeurs prises par le caractère
2. Dresser le tableau statistique relatif à cette distribution
3. Représenter graphiquement, cette série.

SOLUTION

1. Le caractère et ses modalités, population et unité statistique :

-Le caractère étudié est la note sur 20.

-la population : 10 étudiants.

-L'Unité statistique : un étudiant.

-Les modalités prises par le caractère sont par ordre croissant :

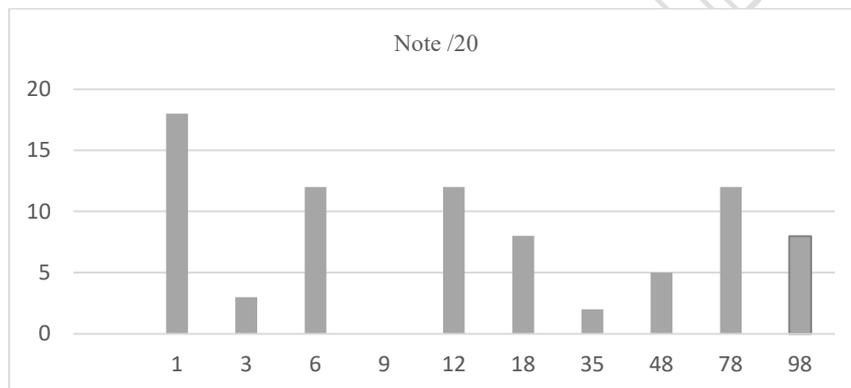
0, 2, 3, 5, 8, 12,18

2 : Tableau statistique :

X_i : La note	N_i effectif
0	1
2	1
3	1
5	1
8	2
12	3
18	1
$N = \sum n_i$	10

3. La représentation graphique :

Le caractère étant quantitatif discret, la représentation graphique appropriée est le diagramme en bâtons.



APPLICATION

43 étudiants d'une promotion de première année de licence d'économie et gestion ont passé l'épreuve de statistiques descriptives, ils ont obtenu les notes suivantes.

Notes	Nombre étudiants
7	1
8	2
9	3
10	4
11	8
12	10
13	7
14	3
15	3
16	2

Calculer le mode , la moyenne arithmétique et la médiane.

SOLUTION

X_i	n_i	f_i	$f_i x_i$	F_i
7	1	2.33%	0.16	2.33%
8	2	4.65%	0.37	6.98%
9	3	6.98%	0.63	13.96%
10	4	9.3%	0.93	23.26%
11x	8	18.6%	2.05	41.86%
12	10	23.26%	2.79	65.12%
13	7	16.28%	2.12	81.4%
14	3	6.98%	0.98	88.38%
15	3	6.98%	1.05	95.35%
16	2	4.65%	0.74	100
Total	43	100%	11.82	

Calcul de la moyenne arithmétique :

$$\bar{X} = \sum f_i x_i = 11.82 \text{ sur } 20$$

Détermination du mode : $M_o = 12/20$

Détermination de la médiane : M_e se situe entre 11 et 12 et si l'on suppose une répartition uniforme de la variable dans cet intervalle, on pourra calculer une valeur approchée de M_e .

$$M_e = [11 + 1 * (50 - 41.86)] / (65.12 - 41.86) = 11.35$$

APPLICATION

Une entreprise fabrique des Barres de fer (longueur en centimètres)

Longueurs	Effectifs
246	20
247	27
248	46
249	80
250	100
251	77
252	45
253	25
254	18

Calculer le mode , la moyenne arithmétique et la médiane.

SOLUTION

Longueurs	Effectifs	f_i	$f_i x_i$	F_i
246	20	4.57%	11.23	4.57%
247	27	6.16%	15.23	10.73%
248	46	10.5%	26.05	21.24%
249	80	18.26%	45.48	39.5%
250	100	22.83%	57.08	62.33%
251	77	17.58%	44.13	79.91%
252	45	10.27%	25.89	90.19%
253	25	5.71%	14.44	95.89%
254	18	4.11%	10.44	100%
Total	438	100	249.91	

Calcul la moyenne arithmétique :

$$\bar{X} = \sum f_i x_i = 249.91$$

Détermination du mode $M_o=250$ cm

Détermination de la médiane : M_e se situe entre 249 et 250 si l'on suppose une répartition uniforme de la variable dans l'intervalle [249 ; 250], on pourra calculer la valeur approximative de M_e .

$$M_e = [249 + 1 * (50 - 39.59)] / (62.33 - 39.5) = 249.46 \text{ cm}$$

APPLICATION

Le tableau ci-dessous représente les Poids des Adhérents d'un club sportif

Classes de poids	Effectifs
[63 - 65 [23
[65-67 [30
[67-69 [52
[69-71 [93
[71-73 [100
[73-75 [120
[75-77 [93
[77-79 [51
[79-81 [32

Calculer le mode et la moyenne arithmétique la médiane

SOLUTION

C_i	n_i	$f_i\%$	$f_i x_i$	F_i
64	23	3,87%	2,48	3,87%
66	30	5,05%	3,33	8,92%
68	52	8,75%	5,95	17,67%
70	93	15,66%	10,96	33,33%
72	100	16,84%	12,12	50,17%
74	120	20,2%	14,95	70,33%
76	93	15,66%	11,9	86,02%
78	51	8,59%	6,7	94,61%
80	32	5,39%	4,3	100%
Total	594	100%	72,67	

Calcul la moyenne arithmétique :

$$\bar{X} = \sum f_i x_i = 72,67 \text{Kg.}$$

Détermination du mode : $M_o = 74 \text{Kg}$

Détermination de la médiane M_e : M_e se situe entre 70 et 72, si l'on suppose une répartition uniforme de la variable dans l'intervalle [70 ; 72], on pourra calculer la valeur de la médiane.

$$M_e = [71 + 2 * (50 - 33,33)] / (50,17 - 33,33) = 72,96 \text{ Kg}$$

APPLICATION

Effectifs des salariés selon leur taille

Tailles	Effectifs
[163 ;165]	12
[165 ;167]	21
[167 ;169]	36
[169 ;171]	45
[171 ;173]	37
[173 ;175]	22
[175 ;177]	11

Calculer le mode , la moyenne arithmétique et médiane :

SOLUTION

C_i : centre des classes

F_i : fréquence

C_i	n_i	f_i	$f_i x_i$	F_i
164	12	6,52%	10,7	6,52%
166	21	11,41%	18,95	17,50%
168	36	19,57%	32,87	37,5%
170	45	24,46%	41,58	61,95%
172	37	20,11%	34,59	82,06%
174	22	11,96%	20,8	94,02%
176	11	5,98%	10,52	100%
Total	184	100%	169,99	

Calcul la moyenne arithmétique :

$$\bar{X} = \sum f_i x_i = 169,99$$

Détermination du mode :

$M_o = 170$ cm représentant de la classe : [169-171].

Détermination de la médiane : M_e se situe entre 168 et 170, si l'on suppose une répartition uniforme de la variable dans l'intervalle [168 ;170], on pourra calculer la valeur de M_e .

$$M_e = [169 + 2 * (50 - 37,5)] / (61,95 - 37,5) = 170,04 \text{ cm}$$

APPLICATION

La répartition des adhérents d'un club sportif selon leur poids donne le tableau statistique suivant :

Poids	Effectifs
[63 ;65[23
[65 ;67[30
[67 ;69[52
[69 ;71[93
[71 ;73[100
[73 ;75[120
[75 ;77[93
[77 ;79 [51
[79 ;81 [32

Déterminer la population, variable étudié, nature de la variable ;

Calculer le mode, la moyenne arithmétique et la médiane.

SOLUTION

X_i	n_i	f_i	$f_i x_i$	F_i
164	12	6.52%	10.70	6.52%
166	21	11.41%	18.95	17.93%
168	36	19.57%	32.87	37.5%
170	45	24.46%	41.58	61.95%
172	37	20.11%	34.59	82.06%
174	22	11.96%	20.8	94.02%
176	11	5.98%	10.52	100%
Total	184	100%	169.99	

Calcul de la moyenne arithmétique

$$\bar{X} = \sum f_i x_i = 169.99$$

Détermination du mode : $M_o = 170$ représentants de la classe : [169 ; 171[.

Détermination de la médiane :

M_e se situe entre 168 et 170 .si l'on suppose une répartition uniforme de la variable dans m'intervalle [168 ; 170 [; on pourra calculer la valeur de M_e .

$$M_e = [169 + 2(50 - 37.5)] / (61.95 - 37.5) = 170.04$$

APPLICATION

Une entreprise fabrique du ciment qu'elle commercialise par sac.

Poids	Nombre de sacs
[49,55 ;49,65[37
[49,65 ;49,75[48
[49,75 ;49,85[72
[49,85 ;49,95[131
[49,95 ;50,05[206
[50,05 ;50,15[220
[50,15 ;50,25 [207
[50,25 ;50,35[130
[50,35 ;50,45[70
[50,45 ;50,55[49
[50,55 ;50,65 [36

1. Déterminer la population, variable étudiée, nature de la variable ;
2. Calculer le mode, la moyenne arithmétique et la médiane.

SOLUTION

C_i	n_i	$f_i\%$	$f_i x_i$	$F_i\%$
49,6	37	3,07%	1.52	3.07
49,7	48	3,98%	1.98	7.05
49,8	72	5,97	2.97	13.02
49,9	131	10.86	5.42	23.88
50	206	17.08	8.54	40.96
50,1	220	18.24	9.14	59.21
50,2	207	17.16	8.61	76.37
50,3	130	10.78	5.42	87.15
50,4	70	5.8	2.92	92.95
50,5	49	4.06	2.05	97.02
50,6	36	2.99	1.51	100
Total	1206	100	50.09	

Calcul de la moyenne arithmétique

$$\bar{X} = \sum f_i x_i = 50.09$$

Détermination du mode : 50,1

Détermination de la médiane : M_e se situe entre 50 et 50,10 et si l'on suppose une répartition uniforme de la variable dans cet intervalle, on peut calculer une valeur approchée de médiane ;

$$M_e = [50.05 + 0.10 * (50 - 49.96)] / (59.21 - 40.96) = 50.09$$

APPLICATION

Un quartier comprend 99 unités d'habitation ayant une valeur locative moyenne de 1000 DHs, deux nouvelles unités d'habitations sont construites dans le quartier : l'une a une valeur locative de 7000 DHs et d'autre, un bungalow d'une valeur locative de 114000 DHs.

Quelle est la nouvelle moyenne de valeur locative pour le quartier ?

SOLUTION

Le nouveau total des mesures de valeur locative est

$$(99 \times 10000) + 7000 + 114\,000 = 1\,111\,000$$

Le nouveau total d'individus statistiques est de $99 + 2 = 101$.

La nouvelle moyenne est donc $1\,111\,000 / 101 = 110\,000$